

## РОЗДІЛ II ОСНОВИ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ТЕОРЕТИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

### 2.1 Загальна схема процесу прийняття рішень під час математичного моделювання

Протягом усього життя, від перших кроків і до останнього подиху, людина змушена приймати ті чи інші рішення: куди піти вчитися, як краще витратити зайві (чи останні) гроші і т.д. Якщо деяка ситуація, що вимагає прийняття рішення, повторюється досить часто, то рішення приходить “само собою”, автоматично. Якщо ж ситуація недостатньо знайома, чи людина не має всієї необхідної інформації, то прийняття рішення істотно ускладнюється. У таких випадках вона змушена, як правило, порівнювати між собою кілька можливих варіантів і вибрати той, який здається їй найкращим (чи найменш небезпечним).

Значно важливіші наслідки мають так звані *керівні рішення*. Вони характеризуються тим, що вибір і реалізація рішення покладаються на різні елементи єдиної, як правило, досить складної системи. Приймається рішення керівним органом, а реалізується – виконавчим. Система, засобами якої формується і реалізується рішення, може бути *організаційною, технічною* або *змішаною* (комбінованою). Прикладом організаційної системи може служити будь-який навчальний заклад. У ньому керівним органом є Вчена рада, а виконавчим – ректорат. Безпілотний літак-бомбардувальник – зразок суто технічної системи (керівний орган – бортовий комп’ютер, виконавчий – наприклад, система бомбометання). Найбільш розповсюдженими в даний час є змішані системи, що іноді називають ще “людиномашинними”. До таких систем відноситься, зокрема, будь-яке сучасне промислове підприємство.

Одним з найважливіших атрибутів складної системи є наявність цілеспрямованого поведіння. У процесі досягнення мети система так чи інакше взаємодіє із зовнішнім середовищем, яке може бути або “дружелюбним”, або “ворожим”, або “нейтральним”. Очевидно, чим складніша система і чим складніша її взаємодія із середовищем, тим більше існує різних варіантів руху до мети. Одні можуть бути кращі, інші – гірші, треті, взагалі, можуть призвести до руйнування системи. А може відшукатися один шлях, при якому “і вовки ситі, і вівці цілі”, тобто досягається “золота середина”.

Отже, щоб будь-яка система існувала довго і якісно, необхідно вміти, по-перше, оцінювати якість усіх можливих способів досягнення мети і, по-друге, вибрати з них найкращий з погляду інтересів системи (або, принаймні, один із придатних). Для рішення зазначених задач розроблена спеціальна теорія, що так і називається – *теорія прийняття рішень*.

В основі ухвалення рішення щодо науково-дослідної роботи студен-

тів (НДРС) лежить **дослідження операції**. Під **операцією** в даному випадку розуміється процес досягнення мети системою (з урахуванням її взаємодії із зовнішнім середовищем). Дослідження операції полягає в оцінюванні і порівнянні можливих способів її проведення з урахуванням наявних обмежень. Обмеження, як правило, пов'язані з тимчасовими, матеріальними, людськими чи іншими видами **ресурсів**, що знаходяться в розпорядженні сторони, яка оперує (суб'єкта операції). Таким чином, спосіб проведення операції визначається стратегією використання наявних ресурсів. Тому замість виразу “спосіб проведення операції” частіше використовують термін **“стратегія”**. Така термінологія зумовлена ще й тим, що поява цього розділу математики пов'язана з дослідженням, зокрема, воєнних операцій. Стратегії, що задовольняють накладені обмеження, називаються **припустимими**. Поняття “припустима стратегія” є відносним: безліч припустимих стратегій змінюється, якщо змінюються обмеження (чи розташовувані ресурси).

Реалізація тієї чи іншої припустимої стратегії приводить до різних **результатів операції**. Якість проведення операції, її “успішність” оцінюються з позицій особи, яка приймає рішення (ОПР). ОПР – це зовсім не обов'язково конкретна людина певної національності чи статі. Під цим терміном у теорії прийняття рішень розуміється будь-який керівний орган, персональний чи колегіальний, що має біологічне чи технічне втілення. У зазначеному сенсі оцінка якості проведення операції завжди є суб'єктивною. Проте для отримання такої оцінки повинні використовуватися об'єктивні методи.

Мірою ефективності проведення операції служить **показник ефективності**. У загальному випадку він відбиває результат проведення операції, що, у свою чергу, є функцією трьох факторів: корисного ефекту операції ( $q$ ), витрат ресурсів на проведення операції ( $c$ ) і витрат часу на її проведення ( $t$ ). Значення величин  $q$ ,  $c$  і  $t$  залежать від стратегії проведення операції ( $i$ ). У формальному вигляді вищезазначене можна записати так:

$$Y_{on} = Y\{q(i), c(i), t(i)\}. \quad (2.1)$$

Очевидно, що дійсна користь від моделювання може бути отримана тільки при дотриманні двох умов:

- модель забезпечує коректне (адекватне) відображення властивостей оригіналу, істотних з погляду досліджуваної операції;
- модель дозволяє усунути перераховані вище проблеми, що існують при проведенні вимірювань на реальних об'єктах.

Під **моделлю** розуміється така розумово-уявна або матеріально реалізована система чи фізичний об'єкт, яка відображає та відтворює об'єкт дослідження і здатна замінити його так, що її подальше вивчення та дослідження дає нам нову інформацію про цей об'єкт. У екології модель – це імітація того чи іншого явища реального світу, що дозволяє робити прогнози.

У залежності від способу реалізації всі моделі можна розділити на два великих класи: *реальні й ідеальні*.

**Реальні (натурні, аналогові) моделі** є об'єктами, що існують реально і створюються із реальних матеріалів. Такі моделі допускають, як правило, дійсне відтворення досліджуваного об'єкта і можуть бути геометрично подібні йому (наприклад, зменшені копії), фізично подібні (відтворюються фізичні процеси, що вивчаються, їх кінетика та динаміка, різного виду зв'язки) чи математично подібні (наприклад, аналогові моделі побудовані на основі електромагнітних та електроакустичних аналогій. Наприклад, при проектуванні нового літака створюється його макет, що має ті ж аеродинамічні властивості; при плануванні забудови архітектори виготовляють макет, що відбиває просторове розташування її елементів. У зв'язку з цим натурне моделювання називають також *макетуванням*.

**Ідеальні (знакові) моделі** – це абстрактні описи того чи іншого об'єкта або явища реального світу, що дозволяють аналізувати його властивості. Переваги ідеальних моделей полягають у тому, що вони дозволяють порівняно простими та недорогими засобами аналізувати поведінку екологічних систем та передбачати характер їх змін при внесенні в систему тих чи інших змін. Ідеальні (знакові) моделі мають більше можливостей, ніж реальні, тому що майже не пов'язані технічними обмеженнями їх створення. Загальна класифікація моделей у екології наведена на рис.2.1.

Знакові моделі поділяють на концептуальні і математичні.

**Концептуальна (змістовна) модель** – це абстрактна модель, що визначає структуру модельованої системи, властивості її елементів і причинно-наслідкові зв'язки, властиві системі й істотні для досягнення мети моделювання. Фактично – це формалізований опис досліджуваної системи, що складається з тексту, блок-схеми, таблиць, графіків й іншого ілюстративного матеріалу.

**Математична модель** – це сукупність математичних співвідношень, що пов'язують вихідні характеристики стану фізичного об'єкта з вхідною інформацією, початковими даними, обмеженнями, що накладаються на функціонування об'єкта. Математична модель знаходиться у певній відповідності з фізичним об'єктом і здатна замінити його з тією метою, щоб вивчення та дослідження моделі давало нову інформацію про поведінку об'єкта (механізм протікання процесів, динаміку, поведінку об'єкта як в минулому, так і в майбутньому тощо).

Математичні моделі можуть бути класифіковані за рядом ознак, у відповідності з якими і вибирається математичний апарат, покликаний слугувати мовою опису властивостей, структури і поведінки оригіналу. Розрізняють *ап'іорні* й *апостеріорні* моделі. Перші виводяться на основі теоретичних міркувань, а другі – на основі емпіричних даних. Вибір математичного апарату залежить також від складу фактичної інформації. Описи функціонування екосистем характеризуються звичайно нерівномірністю

вивченості окремих процесів. Часто не відомий не лише математичний вид залежностей між окремими компонентами, але й взагалі відсутні будь-які кількісні характеристики процесів.

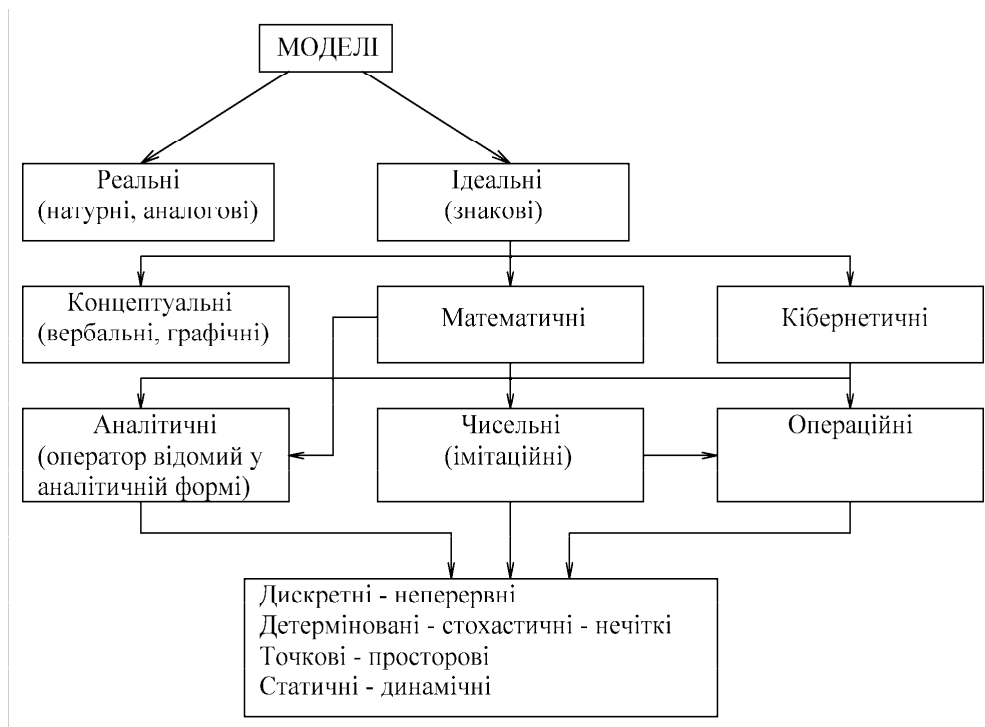


Рисунок 2.1 – Класифікація моделей в екології

**Аналітичне моделювання** припускає використання математичної моделі реального об’єкта у формі алгебраїчних, диференціальних, інтегральних і інших рівнянь, що пов’язують вихідні змінні з вхідними, доповненої системою обмежень. При цьому передбачається наявність однозначної обчислювальної процедури отримання точного розв’язку рівнянь.

При **імітаційному моделюванні** використовується математична модель відтворює алгоритм (“логіку”) функціонування досліджуваної системи в часі при різних поєднаннях значень параметрів системи і зовнішнього середовища. Побудова імітаційної моделі не вимагає обов’язкового повного (строного) математичного опису реальної системи чи процесу. Широко застосовуються чисельні методи, що дозволяють за допомогою ЕОМ досить швидко наближено проаналізувати складну нелінійну систему, аналітичне розв’язування якої принципово неможливе.

Одним з них є потужність безлічі станів модельованої системи. За цією ознакою системи поділяють на **статичні** і **динамічні**. Система називається статичною, якщо безліч її станів містить один елемент. Якщо станів більше одного і вони можуть змінюватися в часі, система називається динамічною. Процес зміни станів називається **рухом системи**.

Розрізняють два основних типи динамічних систем:

- з дискретними станами (безліч станів чи обмежене їх число);
- з неперервно змінюваною безліччю станів.

Системи з дискретними станами характеризуються тим, що в будь-який момент часу можна однозначно визначити, у якому саме стані знаходиться система. Для такої ідентифікації обов'язково потрібно знати ту ознаку, що відрізняє один стан системи від іншого. Наприклад, при дослідженні систем масового обслуговування як таку ознаку, зазвичай, використовують число заявок у системі. Відповідно, зміна числа заявок у системі інтерпретується як перехід системи в новий стан.

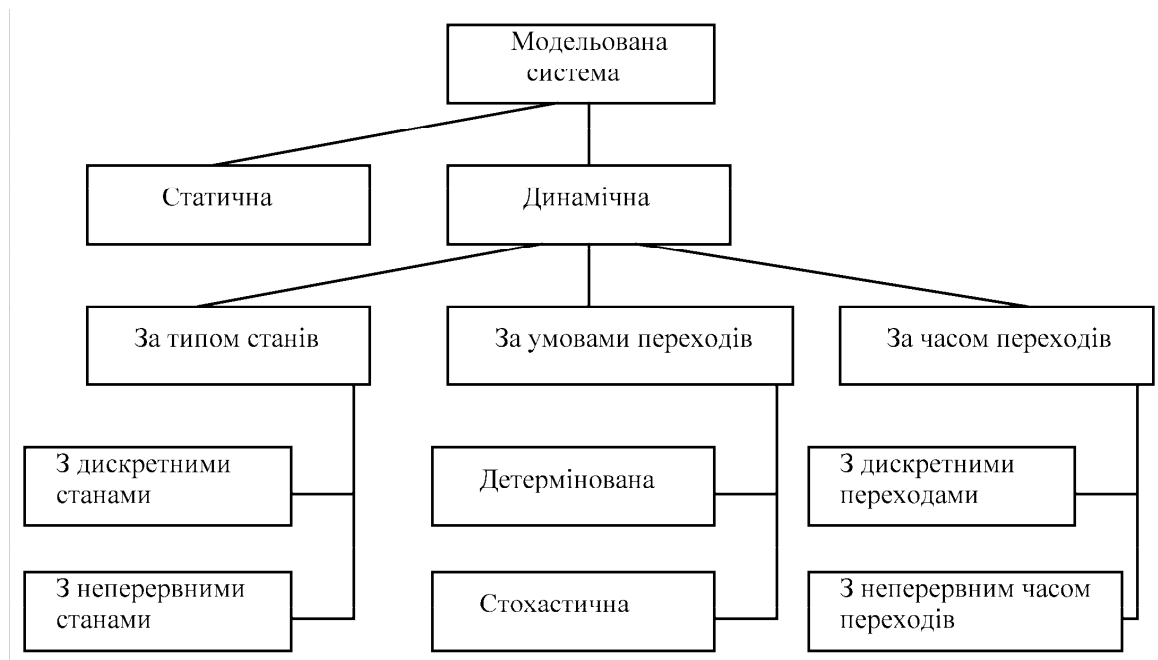


Рисунок 2.2 – Класифікація систем за типом поведінки

Якщо ж не вдається підібрати таку ознаку або її поточне значення неможливо зафіксувати, то систему відносять до класу з неперервно змінюваною безліччю станів. Прикладом неперервно змінюваної безлічі станів може слугувати зміна форми падаючої краплі.

На практиці можливі також змішані випадки, коли деякі стани системи можуть бути ідентифіковані як дискретні, а інші – як неперервні; наприклад, у “житті” тієї ж краплі води, що утвориться в нещільно закритому крані, можна виділити як дискретні стани («висить» - «летить» - «упала»), так і неперервні (зміна форми під час падіння).

Зміна станів може відбуватися або у фіксовані моменти часу, безліч яких дискретна (наприклад, надходження нових заявок на обслуговування), або неперервна (зміна температури тіла при нагріванні). Відповідно до цього розрізняють системи з дискретним часом переходів (зміни станів) і системи з неперервним часом (точніше, «живучі» у неперервному часі).

За умовами переходу з одного стану в інший розрізняють **детерміновані** системи і **стохастичні**.

У **детермінованих системах** новий стан залежить тільки від часу і поточного стану системи. Іншими словами, якщо є умови, які визначають

перехід системи в новий стан, то для детермінованої системи можна однозначно вказати, у який саме стан вона перейде.

Для *стохастичної системи* можна вказати лиш безліч можливих станів переходу і, у деяких випадках, імовірнісних характеристик переходу в кожний з цих станів.

Розглянута схема класифікації систем важлива сама по собі. На етапі розробки концептуальної моделі вона, по-перше, дозволяє уточнити мету і задачі моделювання і, по-друге, полегшує перехід до етапу формалізації моделі. Крім того, значно пізніше, на етапі оцінювання якості розробленої моделі, знання класифікаційних ознак дає можливість оцінити ступінь її відповідності первинному задуму розробника.

Необхідно відзначити, що розглянуті класифікаційні ознаки застосовні і для визначення типу моделі, що створюється. При цьому досліджувана система і її модель можуть відноситися як до одного, так і до різних класів. Наприклад, реальна система може бути піддана впливу випадкових факторів і, відповідно, буде відноситися до класу стохастичних систем. Якщо розробник моделі вважає, що впливом цих факторів можна знехтувати, то створювана модель буде являти собою детерміновану систему. Аналогічним чином можливе відображення системи з неперервним часом зміни станів у модель з дискретними переходами і т.д. Зрозуміло, приналежність реальної системи і її моделі до одного класу говорить про коректність моделі, однак, з погляду інтересів дослідження, таке “дзеркальне відображення” далеко не завжди є корисним.

Найбільш примітним у даній схемі є те, що процес пошуку (вибору) рішення носить циклічний характер. Мається на увазі, що кожен з етапів процесу може повторюватися неодноразово доти, поки не буде знайдено рішення, що задовольняє вимоги ОПР (або не мине час, відпущений на прийняття рішення). При цьому можуть уточнюватися мета й умови проведення операції, коректуватися модель переваг ОПР і модель самої операції. Очевидно, тривалість і успіх пошуку залежать не тільки від знань і навичок дослідника, але і від того, які інструменти він використовує у своїй роботі.

*Системний аналіз* є сукупністю наукових методів і практичних прийомів дослідження великих і складних проблем управління, методичним засобом реалізації системного підходу до управління. Схема процесу системного аналізу значно складніша за схему процесу прийняття управлінських рішень. Системний аналіз складається з таких стадій:

- постановка задачі;
- розмежування об'єкта і зовнішнього середовища;
- вибір критеріїв побудови моделей і зовнішнього середовища;
- розробка моделей, їх дослідження та формулювання рекомендацій.

Перша стадія являє собою усвідомлення ситуації, виявлення головної проблеми, попереднє вивчення системи, формулювання цілей і визначення

критеріїв. Друга стадія – це структурний аналіз об’єкта та розробка концепції його розвитку, виявлення найчутливіших точок системи. Третя стадія є основною – це розробка моделі та проведення аналізу. На четвертій стадії здійснюється синтез системи на основі отриманих внаслідок аналізу даних, її дослідження та вироблення рекомендацій.

## 2.2 Основні поняття та принципи теорії моделювання

Отже, щоб порівняти між собою різні стратегії проведення операції (чи рішення), потрібно отримати відповідні значення показників ефективності. Для цього, у свою чергу, корисно мати математичну модель досліджуваної операції. Таким чином, основна проблема полягає в тому, як її (модель) вибрати. У цьому випадку найкраще розраховувати на власні сили, точніше – на власні знання і досвід. І якщо досвід приходить тільки з часом, то відповідні знання можна отримати безпосередньо з моделей.

Розглянемо основні принципи моделювання, які у стислій формі відображають певний досвід, що накопичений до дійсного часу в області розробки і використання математичних моделей.

**Принцип інформаційної достатності.** При повній відсутності інформації про досліджувану систему побудова її моделі неможлива. При наявності повної інформації про систему її моделювання позбавлене змісту. Існує деякий критичний рівень апріорних відомостей про систему (рівень інформаційної достатності), при досягненні якого може бути побудована її адекватна модель.

**Принцип здійсненності.** Створювана модель повинна забезпечувати досягнення поставленої мети дослідження з імовірністю, що істотно відрізняється від нуля, і за кінцевий час. Звичайно задають деяке граничне значення  $P_0$  імовірності досягнення мети моделювання  $P(t)$ , а також прийнятну границю  $t_0$  часу досягнення цієї мети. Модель вважають здійсненою, якщо виконана умова  $P(t_0) \geq P_a$ .

**Принцип множинності моделей.** Даний принцип, не зважаючи на його порядковий номер, є ключовим. Мова йде про те, що створювана модель повинна відбивати, в першу чергу, ті властивості реальної системи (чи явища), що впливають на вибраний показник ефективності. Відповідно при використанні будь-якої конкретної моделі пізнаються лише деякі сторони реальності. Для більш повного її дослідження необхідний ряд моделей, що дозволяють з різних сторін і з різним ступенем детальності відбивати розглянутий процес.

**Принцип агрегування.** У більшості випадків складну систему можна подати як таку, що складається з агрегатів (підсистем), для адекватного математичного опису яких виявляються придатними деякі стандартні математичні схеми. Крім того, принцип агрегування дозволяє досить гнучко перебудовувати модель у залежності від задач дослідження.

**Принцип параметризації.** У ряді випадків моделювальна система має у своєму складі деякі відносно ізольовані підсистеми, що характеризуються певним параметром, у тому числі векторним. Такі підсистеми можна замінити в моделі відповідними числовими величинами, а не описувати процес їхнього функціонування. При необхідності залежність значень цих величин від ситуації може задаватися у вигляді таблиці, графіка чи аналітичного виразу (формули). Принцип параметризації дозволяє скоротити обсяг і тривалість моделювання. Однак треба мати на увазі, що параметризація знижує адекватність моделі.

### 2.3 Етапи математичного моделювання

Ступінь реалізації перерахованих принципів у кожній конкретній моделі може бути різним, причому це залежить не тільки від бажання розробника, але й від дотримання ним технології моделювання. А будь-яка технологія припускає наявність певної послідовності дій.

Слово “комп’ютер” поки що в нашому випадку не використовувалося. Проте рано чи пізно воно повинно було з’явитися. Почнемо зі словосполучення “комп’ютерне моделювання”, що все частіше використовується у відповідній літературі. Саме по собі це поняття дуже широке і кожен автор трактує його по-своєму. Зустрічаються, наприклад, такі вирази: “комп’ютерне моделювання екологічних систем”, “комп’ютерне моделювання річок” і т.п. У зв’язку з цим є необхідність уточнити, що ж розуміють під цим терміном. Отож, у даному випадку *комп’ютерне моделювання* – це моделювання з використанням засобів обчислювальної техніки. В комп’ютерному моделюванні модель використовується як елемент, поряд з яким можуть бути і математичні, і нематематичні моделі. Відповідно, технологія комп’ютерного моделювання припускає виконання таких дій:

- визначення мети моделювання;
- розробка концептуальної моделі;
- формалізація моделі;
- програмна реалізація моделі;
- планування модельних експериментів;
- реалізація плану експерименту;
- аналіз і інтерпретація результатів моделювання.

Зміст перших двох етапів практично не залежить від математичного методу, покладеного в основу моделювання (і навіть навпаки – їх результат визначає вибір методу).

Очевидно, в одних випадках більш кращим є аналітичне моделювання, в інших – імітаційне (чи поєднання того й іншого). Щоб вибір був вдалим, необхідно відповісти на два питання:

- з якою метою проводиться моделювання?
- до якого класу може бути віднесене модельоване явище?



Відповіді на ці питання можуть бути отримані в ході виконання двох перших етапів моделювання.

Загальна мета моделювання в процесі прийняття рішення – це визначення (розрахунок) значень вибраного показника ефективності (ПЕ) для різних стратегій проведення операції (чи варіантів реалізації проектнової системи). При розробці конкретної моделі мета моделювання повинна уточнюватися з урахуванням використовуваного критерію ефективності. Для критерію придатності модель, як правило, повинна забезпечувати розрахунок значень ПЕ для всієї безлічі припустимих стратегій. При використанні критерію оптимальності модель повинна дозволяти безпосередньо визначати параметри досліджуваного об'єкта, що дають екстремальне значення ПЕ.

Таким чином, мета моделювання визначається як метою досліджуваної операції, так і планованим способом використання результатів дослідження. Наприклад, проблемна ситуація, що вимагає ухвалення рішення, формулюється в такий спосіб: знайти варіант побудови обчислювальної мережі, що мав би мінімальну вартість при дотриманні вимог щодо продуктивності і надійності. У цьому випадку метою моделювання є визначення параметрів мережі, що забезпечують мінімальне значення ПЕ, у ролі якого виступає вартість.

Задача може бути сформульована інакше: з декількох варіантів конфігурації обчислювальної мережі вибрати найбільш надійний. Тут у якості ПЕ вибирається один з показників надійності (середнє напрацювання на відмову, імовірність безвідмовної роботи і т.д.), а метою моделювання є порівняльна оцінка варіантів мережі за цим показником.

Наведені приклади дозволяють нагадати про те, що сам по собі вибір показника ефективності ще не визначає “архітектуру” майбутньої моделі, оскільки на цьому етапі не сформульована її концепція, чи, як говорять, не визначена концептуальна модель досліджуваної системи.

## **2.4 Побудова концептуальної моделі**

Побудова концептуальної моделі містить такі етапи:

- визначення типу системи;
- опис робочого навантаження;
- декомпозиція системи.

На першому етапі здійснюється збір фактичних даних (на основі роботи з літературою і технічною документацією, проведення натурних експериментів, збору експертної інформації і т.д.), а також висунання гіпотез щодо значень параметрів і змінних, для яких відсутня можливість отримання фактичних даних. Якщо отримані результати відповідають принципам інформаційної достатності й здійсненності, то вони можуть бути основою для віднесення модельованої системи до одного з відомих типів (класів).

## 2.5 Опис робочого навантаження

При дослідженні ефективності операції дуже важливу роль відіграє коректний опис умов її протікання. Як правило, він являє собою перелік і характеристики зовнішніх факторів, що впливають на виконавчу підсистему, використовувану ОПР для досягнення мети операції. Якщо при порівнянні різних стратегій інші види матеріальних ресурсів не розглядаються, то задача дослідження ефективності операції може бути сформульована як задача оцінювання ефективності виконавчої підсистеми (саме в цьому розумінні раніше поряд з поняттям “ефективність операції” використовувалося поняття “ефективність системи”). У цьому випадку замість умов проведення операції зручніше розглядати робоче навантаження відповідної системи.

**Робоче навантаження** (РН) – це сукупність зовнішніх впливів на ефективність застосування даної системи в рамках проведеної операції. Наприклад, нехай оцінюється продуктивність бортової обчислювальної системи при керуванні польотом космічного корабля. Як параметри робочого навантаження такої системи доцільно розглядати потік інформації, що підлягає обробці, і потік відмов, що приводить до порушення обчислювального процесу. Оцінки продуктивності ВР будуть мати сенс тільки в тому випадку, якщо відомо, для якого робочого навантаження вони отримані. Це твердження справедливе для будь-якої задачі ухвалення рішення, до якої би предметної області вона не відносилася. Не можна говорити про міцність мосту, не вказуючи, на яке максимальне навантаження він розрахований; так само некоректно повідомляти максимальну швидкість автомобіля, не уточнивши, у яких умовах вона була досягнута.

Опис робочого навантаження є не тільки важливою, але і досить складною задачею. Особливо в тих випадках, коли доводиться враховувати вплив випадкових факторів, чи коли мова йде про робоче навантаження проективної принципово нової системи. У зв'язку з цим, багато авторів вводять поняття моделі робочого навантаження, підкреслюючи порівняльність рівня складності опису власне системи і її робочого навантаження.

**Модель робочого навантаження** повинна мати такі основні властивості:

- сумісність з моделлю системи;
- показність;
- керованість;
- системна незалежність.

Властивість **сумісності** передбачає, що ступінь деталізації опису РН відповідає деталізації опису системи і модель РН повинна бути сформульована в тих же категоріях предметної області, що і модель системи. Наприклад, якщо в моделі системи досліджується використання ресурсів, то РН повинно бути виражене в запитах на ресурси.

**Показність** моделі РН визначається її здатністю адекватно представити РН відповідно до мети дослідження. Іншими словами, модель РН повинна відповідати меті дослідження системи. Наприклад, якщо оцінюється пропускна здатність, то повинно вибиратися РН, яке “насихує” систему.

Під **керованістю** розуміється можливість зміни параметрів моделі РН у деякому діапазоні, зумовленому метою дослідження.

**Системна незалежність** – це можливість перенесення моделі РН з однієї системи на іншу зі збереженням її показності. Дана властивість найбільш важлива при розв’язуванні задач порівняння різних систем чи різних модифікацій однієї системи. Якщо модель РН залежить від конфігурації досліджуваної системи чи інших її параметрів, то використання такої моделі для рішення задачі вибору неможливе.

І, нарешті, звернемося до етапу, що завершує побудову концептуальної моделі системи – її декомпозиції.

**Декомпозиція системи** виробляється виходячи з вибраного рівня деталізації моделі, що, у свою чергу, визначається трьома факторами:

- цілями моделювання;
- обсягом апріорної інформації про систему;
- вимогами до точності і вірогідності результатів моделювання.

Рівні деталізації іноді називають **стратами**, а процес виділення рівнів – **стратифікацією**.

**Деталізація** системи повинна вироблятися до такого рівня, щоб для кожного елемента були відомі чи могли бути отримані залежності його вихідних характеристик від вхідних впливів, істотні з погляду вибраного показника ефективності.

Підвищення рівня деталізації опису системи дозволяє отримати більш точну її модель, але ускладнює процес моделювання і веде до росту витрат часу на його проведення. Наприклад, якщо моделюється дискретна система, то більш детальний її опис означає збільшення числа різних станів системи, що враховуються в моделі, і, як наслідок, – неминуче зростання обсягу обчислень. Тому при виборі рівня опису системи доцільно керуватися таким правилом: у модель повинні ввійти всі параметри, що забезпечують визначення цікавих для дослідника характеристик системи на заданому тимчасовому інтервалі її функціонування; інші параметри, по можливості, варто вилучити з моделі.

При **імітаційному моделюванні** для оцінювання вибраного рівня деталізації можна використовувати спеціальні критерії.

Перший з них – відношення реального часу функціонування системи до часу моделювання (тобто, до витрат машинного часу, необхідного на проведення модельного експерименту).

Наприклад, якщо при одних і тих самих підходах до програмної реалізації моделі моделювання одна година роботи системи вимагає в одному випадку 3 хвилини машинного часу, а в іншому – 10 хвилин, то в другому

випадку ступінь деталізації опису вищий (співвідношення 3:10).

Другий критерій – роздільна здатність моделі, зокрема:

- **за часом** – може бути визначена як найкоротший інтервал модельного часу між сусідніми подіями;
- **за інформацією** – найменша ідентифікована порція інформації, представлена в моделі (для обчислювальних систем, наприклад, такими порціями можуть бути: слово, сторінка, програма, завдання).

Третій критерій – число різних модельованих станів системи (чи типів подій). Для тих компонентів, щодо яких відомо чи передбачається, що вони сильніше впливають на точність результатів, ступінь деталізації може бути вищим інших.

Необхідно відзначити, що зі збільшенням ступеня деталізації зростає стійкість моделі, але зростають і витрати машинного часу на проведення модельного експерименту.

## 2.6 Основи моделювання у системі MATLAB

Система MATLAB (від MATrix LABoratory – матрична лабораторія) була створена спеціалістами фірми MathWorks, Inc. як мова програмування високого рівня для технічних обчислень і розвивається вже більше двох десятиріч. В результаті сьогодні MATLAB являє собою вдале поєднання можливостей математики з останніми досягненнями в області обчислювальної техніки – комп'ютерною реалізацією чисельних методів та високоефективними алгоритмами, що дозволяють найбільш повно використати можливості комп'ютера при моделюванні.

Система MATLAB має відкриту архітектуру, що дає можливість її модифікації з метою вирішення нових науково-технічних задач. MATLAB – це велика бібліотека функцій (більше 800), найбільш загальні з яких входять до **ядра** системи, а решта міститься у пакетах розширення **Toolboxes** (інструменти), орієнтованих на специфіку області моделювання. На даний час існує понад 30 пакетів розширення: символічна математика, статистика, ідентифікація систем, нечітка логіка, нейронні мережі, оптимізація, ідентифікація систем, обробка зображень, розробка систем керування, моделювання взаємопов'язаних подій, обчислення у реальному часі з введенням даних з давачів у комп'ютер, фінансовий аналіз, моделювання систем зв'язку, моделювання електротехнічних та електромеханічних систем тощо. Також є можливість створення додаткових функцій безпосередньо мовою MATLAB чи C/C++, або модифікації бібліотечних (їх вихідний код мовою MATLAB відкритий для користувача), однак це потребує значно вищого рівня підготовки ніж при роботі з компонентами та блоками, вибраними з відповідних Toolboxes.

Особливе місце серед інструментальних додатків займає пакет роз-

ширення *Simulink*. У ньому реалізовано принципи візуально-орієнтованого програмування, що дозволяє легко набирати необхідні блоки та з'єднувати їх з метою створення моделі аналізованої системи. Пакет Simulink значно полегшує моделювання і робить його прозорим та інтуїтивно зрозумілим, що дозволяє значно зменшити час для початкового освоєння системи MATLAB користувачем. У порівнянні з іншими програмами для візуального моделювання Simulink має значно більшу універсальність та відкритість, а також надійність і достовірність, оскільки система відповідає лише за математичні обчислення, а модель створює користувач.

MATLAB має широкі можливості з візуалізації результатів моделювання та подання їх у зручному вигляді:

- дво- та тривимірні графіки;
- анімація;
- озвучування результатів та ходу процесу моделювання;
- інтеграція з MS Word та Excel;
- обмін даними у мережі Інтернет.

Крім того, користувач має можливість створювати засобами MATLAB власний графічний інтерфейс, який відповідатиме вимогам розв'язуваної задачі.

На рис.2.3 наведено демонстраційний приклад моделі екобудинку у Simulink.

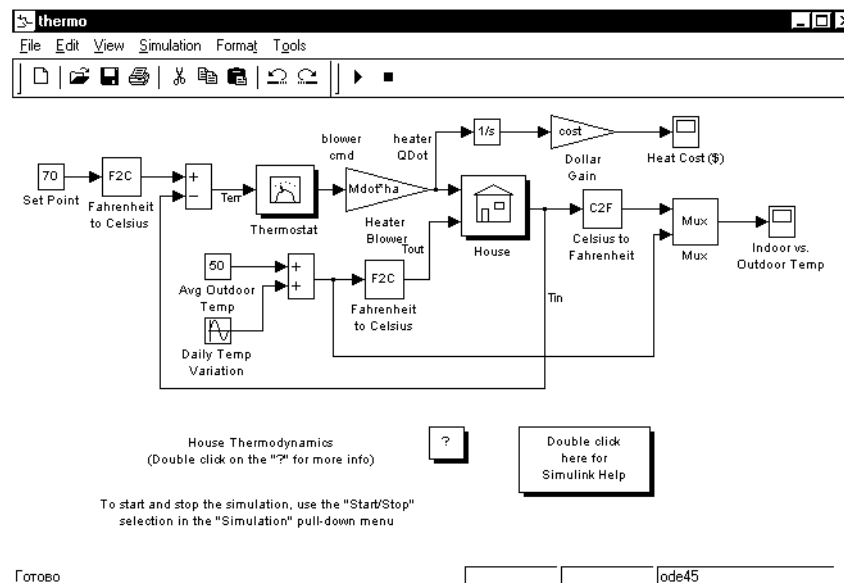


Рисунок 2.3 – Структура термодинамічної моделі екобудинку у вікні Simulink

Переважає більшість блоків є стандартними бібліотечними елементами, вибраними з відповідних бібліотек Simulink. Два блоки – терморегулятор (Thermostat) та будинок (House) – є об'єднаннями з декількох стандартних блоків та можуть редагуватись. На вхід системи подана константа 70 необхідної температури у будинку, що виражена в градусах за Фарент-

гейтом. Наступний блок F2C здійснює перетворення за формулою у градуси за Цельсієм. Далі блок суматора визначає різницю між температурою у будинку та необхідною температурою. Блок термостата складається всередині з нелінійного перемикача з вбудованим гістерезисом. Температура назовні моделюється сумою константи 50 середньої температури за Фаренгейтом та синусоїдального сигналу добових варіацій температури. Ланки 1/s та cost здійснюють перерахунок у вартість підігріву. Індикація виконується типовими блоками побудови графіків, що показують вартість підігріву та температуру всередині і зовні екобудинку (рис. 2.4.).

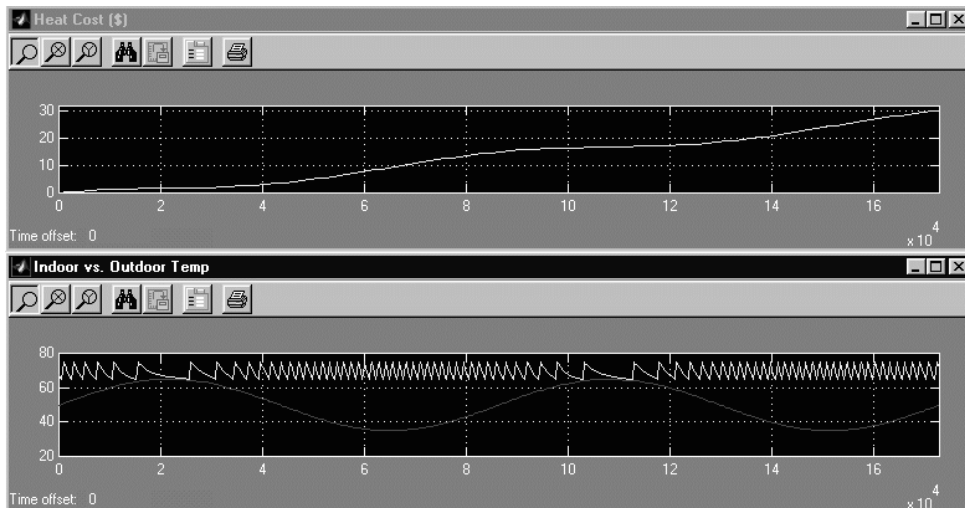


Рисунок 2.4 – Результати моделювання термодинамічної моделі екобудинку

Параметри кожного з блоків можуть змінюватись на вимогу користувача. Є можливість створення власних моделей за рахунок додавання нових елементів, що значно прискорює процес моделювання.

Особливо зручно створювати власні блоки (такі як Thermostat та House у даному прикладі) на основі об'єднання типових елементів, а потім їх багаторазово використовувати.

## 2.7 Особливості моделювання екологічних процесів у системі MathCAD

MathCAD – це універсальна математична система, призначена для науково-технічних обчислень. На відміну від MATLAB у MathCAD початкові дані, формули та результати обчислень подаються у вигляді, найбільш наближеному до звичайного математичного представлення. Це дозволяє досягти прозорості та легкості обчислень. Порівнюючи MathCAD та MATLAB важко сказати, яка система має потужнішу математику чи засоби візуалізації. Обидві системи мають велику бібліотеку функцій, можливість виведення різноманітних графіків та анімації, інтеграції з іншими програмами тощо. Все залежить від конкретної області застосування і зручності

використання вибраного інструменту. Так бібліотека елементів MATLAB значно перевищує приклади, подані у електронних підручниках, що поста- вляються з MathCAD. Створені моделі структур систем у MATLAB є до- статньо наочними як блоки системи. Однак MathCAD дозволяє зробити значно прозорішою математику – тобто основу моделей. Інтерфейс корис- тувача у MathCAD зовні схожий на інтерфейс текстового редактора MS Word. У документі MathCAD можуть розміщуватись математичні вирази, текст та графіки. Математичні вирази та графіки можуть бути взаємо- пов'язані та автоматично розраховуватись системою MathCAD, тому важ- ливе їх розміщення, оскільки математичні вирази виконуються зліва на- право та зверху вниз. Документи MathCAD зберігаються у файлах з роз- ширенням .mcd. Файли, створені у ранніх версіях MathCAD, можуть від- криватись більш новими версіями з автоматичною конвертацією. Змінні у MathCAD можуть бути числовими, рядковими, символьними і т.д. Імена змінних (ідентифікатори) у MathCAD являють собою набір латинських чи грецьких букв і цифр. Тип змінної визначається автоматично її значенням при першому присвоєнні, на відміну від більшості мов програмування, що вимагають попереднього вказання типу. На рис.2.5 наведено приклад моделювання динаміки чисельності окремої популяції за диференціальним рівнянням Мальтуса.

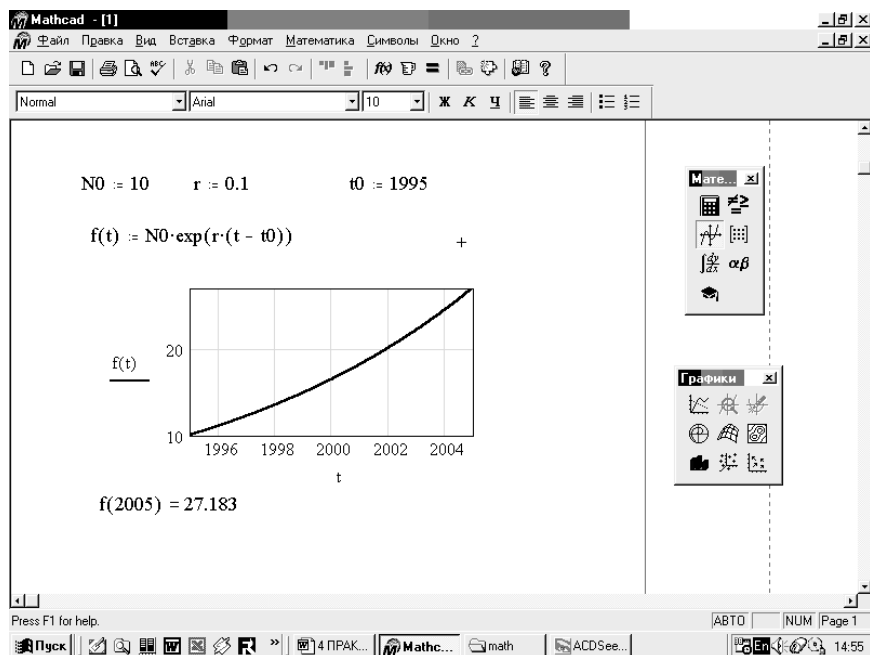


Рисунок 2.5 – Моделювання динаміки чисельності окремої популяції за диференціальним рівнянням Мальтуса

## 2.8 Основи роботи з Maple

Математичний пакет Maple є лідером у області символьної математики і увійшов складовою частиною в ряд сучасних пакетів. Розглянемо

основи роботи у пакеті Maple для версії Maple 6 від Waterloo Maple Inc. Maple має досить великі можливості у проведенні обчислень та візуалізації результатів, що дозволяє використання його для:

- проведення математичних досліджень, які вимагають обчислень і аналітичних виведень;
- розробки й аналізу алгоритмів;
- математичного моделювання і комп'ютерного експерименту;
- аналізу і обробки даних;
- візуалізації, наукової та інженерної графіки.

Порівнюючи Maple з MATLAB та MathCAD, слід відзначити, що інтерфейс роботи Maple подібний до роботи у режимі командного рядка MATLAB, що не так зручно, як застосування графічної оболонки Simulink у MATLAB чи візуальних, наближених до типових математичних виразів MathCAD. До переваг Maple можна віднести вищу швидкість обчислень та менші вимоги до комп'ютера (як до продуктивності процесора, так і до необхідного об'єму вільного простору вінчестера), можливість виведення інформації в форматі LaTeX, найкраща символічна математика, більш стабільна робота у порівнянні з MathCAD, більш лаконічний запис вхідних даних у порівнянні з MATLAB. Спеціалізовані функції Maple, що орієнтовані на конкретні області застосування, містяться у окремих бібліотеках. Усе це робить Maple найбільш привабливим для професійних застосувань прикладної математики із значною часткою аналітичних виведень.

Система Maple створювалась як пакет комп'ютерної алгебри, тобто основним об'єктом тут є формули й операції з ними. Без додаткових вказівок символ, наприклад  $x$ , вважається фактично математичною змінною, як  $x$  у формулі  $f(x)$ . Така специфіка систем комп'ютерної алгебри дозволяє проводити точні обчислення.

Робота з Maple полягає в тому, що користувач вводить математичні вирази та команди, а система намагається їх виконати і дати відповідь. Отримавши (чи не отримавши) відповідь, користувач вводить нові інструкції і так далі – взаємодія з пакетом відбувається в діалоговому режимі. Завдяки власній мові програмування високого рівня введені вирази й інструкції, а також результати виконання команд – формули, графіки, таблиці та числа – запам'ятовуються в єдиному документі.

Графічний інтерфейс Maple аналогічний наявному в системах редагування і підготовки тексту і використовує звичайні засоби роботи з файлами і редагування (миша і клавіатура). У верхній частині вікна розташовано меню (пункти File, Edit і т.д.), нижче – рядок піктограм Toolbar для ряду часто виконуваних операцій, ще нижче – рядок піктограм Context Bar, що організують подання даних у сеансі. Потім йде одне чи кілька вікон з документами, у яких розміщуються формули, рисунки, що супроводжують текст і т.д. У нижній частині вікна знаходиться смуга Status line, що містить інформацію про систему.



Робота в Maple проходить у режимі сесії (session) – користувач вводить команди, математичні вирази, процедури, що сприймаються й інтерпретуються Maple. Кожна команда повинна завершуватися крапкою з комою “;” чи двокрапкою “:”. У першому випадку в рядку під командою буде виведений результат виконання команди чи повідомлення про помилку, у другому випадку результат не виводиться. Для скасування всіх зроблених призначень і початку нового сеансу без виходу з Maple використовується команда restart.

Крім того, у Maple можна вводити таблиці і текстові параграфи, структурувати текст і документ, додавати гіперпосилання, що поєднують кілька документів у цілісну електронну книгу. У документ також можна вставляти об’єкти (рисунок і таблиці) з інших програм, використовуючи інтерфейс OLE2.

Команди Maple набираються після запрошення (>). Можливі два способи-подання: стандартний математичний запис та запис Maple. У першому випадку на екрані дисплея інтеграли, суми й ін. даються своїми математичними зображеннями, а в другому – за допомогою текстових еквівалентів.

Результати роботи можуть бути збережені у файлах різних форматів. Поточний документ (області введення і виведення, коментарі, текст, графіка) записуються у файл із розширенням **.mws**. При записі у файли з іншими розширеннями зберігаються тільки області введення і тексти коментарів. Крім того, весь документ чи його частина можуть бути збережені у форматах, що допускають їхнє використання в інших програмах.

Наведемо приклад, що включає опис функції  $f$  і виведення її графіка на нескінченному інтервалі:

```
> f:=x->sin(x)/x;  
> plot(f,-infinity..infinity,numpoints=300);
```

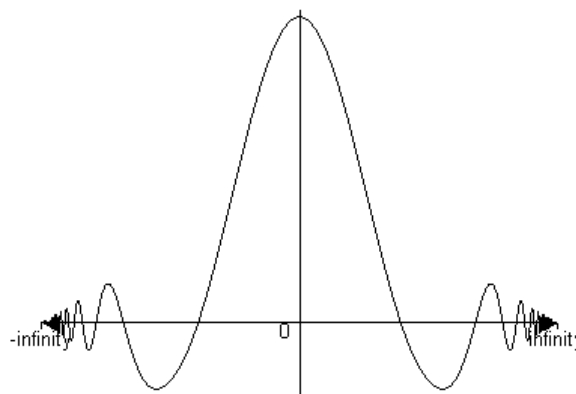


Рисунок 2.6 – Приклад моделювання у Maple

Програми MathCAD, MATLAB та Maple є найбільш поширеними та охоплюють практично більше 90% користувачів, що застосовують комп’ютер у математичних розрахунках. Окрім цих програм є досить ве-

лика кількість інших математичних програм. Це як універсальні математичні пакети, так і невеликі програми, що автоматизують часто виконувані розрахунки, різноманітні калькулятори та засоби створення графіків.

Особливу увагу привертає ряд некомерційних математичних програм, що створювались під Linux. Найбільші можливості у цьому напрямку має пакет Scilab, що розроблявся французькими інститутами INRIA та ENPC, а також Scilab Consortium. Пакет Scilab можна вільно завантажувати з сайту виробника як у вигляді виконуваних файлів, так і разом з вихідними кодами. Існують версії цієї програми для Linux та Windows. Початковий інсталяційний пакет має розмір біля 13 Мб. Бібліотеки, що орієнтовані на конкретні області застосування, поставляються додатково. Можливості Scilab наближаються до MATLAB у режимі командного рядка. Бібліотеки пакетів розширення (toolboxes) значно менші. Існує можливість імпорту документів з MATLAB, Maple, Tk-Tcl, а також математичних виразів з редакторів формату TeX. Можливе створення додаткових функцій мовами C та Fortran. Повна документація до пакета Scilab англійською мовою є на сайті виробника.

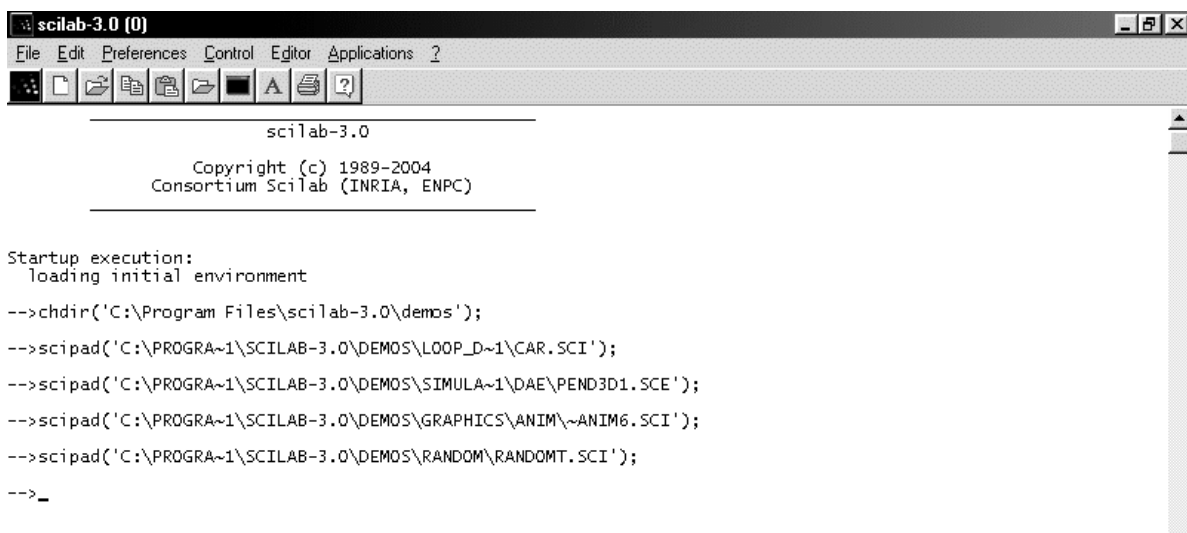


Рисунок 2.7 – Робоче вікно пакета Scilab

Пакет підтримує основні елементарні та значну кількість спеціальних функцій, що застосовуються у математиці, у тому числі різні види сгладжування та апроксимації, еліптичні інтеграли, функції Бесселя тощо. Як і MATLAB, Scilab має розвинуті інструменти для створення та обробки масивів (векторів, матриць і т.д.), підтримуються й інші складні структури (списки), що об'єднують послідовності даних довільного типу.

Scilab може виводити графіки функцій у двовимірному та тривимірному просторі, будувати гістограми тощо. Передбачено різноманітне налаштування властивостей графіків: кольори, метод побудови, відтворення сітки і керування десятками інших характеристик. Графіки можна виводити на екран чи зберігати у зовнішніх файлах.

Scilab має власну потужну мову програмування з широким набором конструкцій для організації циклів, умовних переходів, операцій введення/виведення. З допомогою цієї мови можна отримати доступ до всіх можливостей пакета. Підпрограми (функції), як правило, створюються у вигляді окремих файлів, що формуються у бібліотеки та підключаються у випадку необхідності спеціальною командою.

Загалом, можна зробити висновок, що Scilab дещо складніший у початковому освоєнні і роботі, ніж описані нами програми, однак краще підходить для створення недорогих, але конкурентоспроможних рішень у області обробки даних, чисельної реалізації алгоритмів та візуалізації результатів. Особлива перевага відчувається, коли сформована прикладна програма мовою Scilab з відкритим до модифікацій кодом застосовується великою кількістю користувачів у державних установах чи закладах освіти, що обмежені у фінансуванні, однак прагнуть використовувати виключно ліцензійне програмне забезпечення.

### ***Контрольні питання для самостійної роботи студентів***

1. Наведіть загальну схему прийняття рішень в процесі моделювання.
2. Що є мірою ефективності операцій під час НДРС?
3. В чому суть теорії моделювання?
4. Назвіть основні принципи моделювання і обґрунтуйте їх.
5. Складіть послідовність етапів математичного моделювання.
6. Чим відрізняється аналітичне моделювання від імітаційного?
7. Як будується концептуальна модель?
8. Що означає статична, динамічна, детермінована і стохастична системи?
9. В чому суть системного аналізу?
10. В чому суть моделі робочого навантаження і які властивості вона має?
11. Охарактеризуйте такі характеристики моделі робочого навантаження, як показність, керованість, системна незалежність та ін.
12. Що означає декомпозиція і деталізація системи?
13. Опишіть загальні властивості системи MATLAB.
14. Які особливості роботи з MATLAB у режимі командного рядка?
15. Які особливості роботи з пакетом Simulink системи MATLAB та основні переваги візуального програмування?
16. Як налаштується система MATLAB?
17. Як здійснюється налаштування графічного інтерфейсу у середовищі MATLAB?
18. Охарактеризуйте засоби допомоги користувачеві MATLAB-Demos.
19. Які особливості роботи у Maple?
20. Як здійснюється інтегрування та диференціювання у Maple?
21. Як здійснюється побудова графіків у Maple ?
22. Які є функції для побудови двовимірних та тривимірних графіків у Maple?

23. Що є спільного у пакетах Maple, MATLAB та MathCAD?
24. Як здійснюється оптимізація результатів досліджень за допомогою математичних пакетів?
25. Які особливості застосування і переваги системи Scilab?

Петрук В.Г., Володарський Є.Т., Мокін В.Б. Основи науково-дослідної роботи. Навчальний посібник /Під ред. д.т.н., проф. Петрука В. Г.– Вінниця: ВНТУ, 2005. – 143 с.